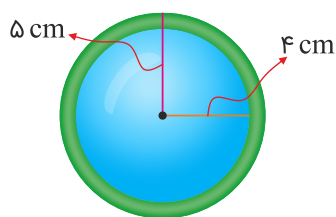


ابتدا حجم لایه ایجاد شده روی کره را به دست می‌آوریم:



$$V = \frac{4}{3}\pi(5^3 - 4^3) = 4(125 - 64) \Rightarrow V = 244 \text{ cm}^3$$

حال با استفاده از $m = \rho V$ ، جرم مورد نیاز را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = 4 \times 244 = 976 \text{ g}$$

در صورت صرف نظر کردن از:

⇐ اصطکاک در حین راه رفتن، دیگر امکان راه رفتن وجود نخواهد داشت.

⇐ نیروی جاذبه در پرتاب توپ، توپ تا همیشه به صعود خود ادامه می‌دهد.

⇐ هوا و در نظر گرفتن شرایط خلأ، امکان بال زدن برای پرنده و هل دادن هوا به عقب برای جلو رفتن خودش وجود نخواهد داشت.

$$(۱) \text{ گزینه } : ۵۴/۱۹ \text{ dm} = ۵۴/۱۹ \times \left(\frac{10^{-1}}{1}\right) \text{ m} = ۵/۴۱۹ \text{ m}$$

$$(۲) \text{ گزینه } : ۰/۳۶ \text{ m}$$

$$(۳) \text{ گزینه } : ۲۳ \text{ mm} = ۲۳ \times \left(\frac{10^{-۳}}{1}\right) = ۰/۰۲۳ \text{ m}$$

$$(۴) \text{ گزینه } : ۷/۴ \text{ cm} = ۷/۴ \times \left(\frac{10^{-۲}}{1}\right) = ۰/۰۷۴ \text{ m}$$

باتوجه به گزینه‌ها، تعداد رقم اعشار گزینه (۲) از بقیه کمتر است. پس دقت دانش‌آموزی که این عدد را گزارش کرده، از بقیه کمتر بوده است.

$$V_{\text{کل}} = a^3 = 5^3 = 125$$

$$m_{\text{کل}} = m_A + m_B \Rightarrow 600 = 8V_A + 4(125 - V_A)$$

$$\Rightarrow 600 = 8V_A + 500 - 4V_A \Rightarrow 100 = 4V_A \Rightarrow V_A = 25 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{array}{l} g \Rightarrow m/s^2 \\ M \Rightarrow kg \\ r \Rightarrow m \end{array} \right\} \frac{m}{s^2} = ? \frac{kg}{m^2} \Rightarrow ? = \frac{m^3}{kgs^2}$$

حجم فلز با حجم آب جابه‌جا شده برابر است. از طرفی طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$V = m/\rho$$

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow m_{\text{آب}}/\rho_{\text{آب}} = m_{\text{فلز}}/\rho_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{300}{1} = \frac{m_{\text{فلز}}}{6} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 1800 \text{ g}$$

چون خط کش تا میلی‌متر مدرج شده است پس دقت آن برابر ۱ میلی‌متر است در نتیجه باید گزینه‌ها را به (mm) تبدیل کنیم.

$$۱) 245 \times 10^9 (\underbrace{10^{-12}=10^{-9} \times 10^{-3}}_p .m) = 245 \times 10^9 \times 10^{-9} (mm) = 2/45 (mm)$$

$$۲) 23 \times 10^5 (\underbrace{10^{-9}=10^{-6} \times 10^{-3}}_n .m) = 23 \times 10^5 \times 10^{-6} (\underbrace{10^{-3}}_m .m) = 2/3 (m.m)$$

نانومتر (10^{-9}) متر است که کافی بود برای تبدیل به میلی‌متر (10^{-6}) را از آن بیرون کشیده و در حاصل قبل ضرب کنیم.

$$۳) 1300 (\underbrace{10^{-6}=10^{-3} \times 10^{-3}}_\mu .m) = 1300 \times 10^{-3} (m.m) = 1/3 (m.m)$$

$$۴) 3 \times 10^{-2} \times 10^6 m = 3 \times 10^4 \times 10^{-3} mm = 30 mm$$

باتوجه به ابعاد مکعب، حجم ظاهری آن برابر 10^3 cm^3 است.

$$V_{\text{ظاهری}} = 10 \times 10 \times 10 = 10^3 \text{ cm}^3$$

از آنجایی که جرم و چگالی مکعب را در اختیار داریم، حجم فلز به کاررفته در ساخت این مکعب را محاسبه می کنیم.

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{2000 \text{ g}}{8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 250 \text{ cm}^3$$

بنابراین مشخص است که درون مکعب حفره ای به حجم 750 cm^3 وجود دارد.

ابتدا آهنگ خروج آب را برحسب m^3/h محاسبه می کنیم.

$$2 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 120 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h} = 1/2 \times 10^{-1} \text{ m}^3/\text{h}$$

حال حجم استخر را محاسبه می کنیم:

$$V = 1 \times 2 \times 3 = 6 \text{ m}^3$$

با یک تناسب ساده می توان زمان پر شدن استخر را محاسبه نمود.

$1/2 \times 10^{-1} \text{ m}^3$	۱ (h)
6 m^3	x

$$\Rightarrow x = \frac{6 \text{ m}^3 \cdot \text{h}}{1/2 \times 10^{-1} \text{ m}^3} = 50 \text{ h}$$

یعنی برای پر شدن استخر ۵۰ h زمان لازم است.

کمینه درجه بندی خط کش 0.5 cm است. پس دقت این اندازه گیری 0.5 است.

دقت هریک از وسیله‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$۱) ۸/۰۱ \text{ kg} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۰۱ \text{ kg} = ۱۰ \text{ g}$$

$$۲) ۸۰۱۰ \text{ g} \Rightarrow \text{دقت} = ۱ \text{ g}$$

$$۳) ۸۰/۱ \times ۱۰^۳ \text{ g} \Rightarrow \text{دقت} = ۰/۱ \times ۱۰^۳ = ۱۰۰ \text{ g}$$

$$۴) ۸/۰۱۰ \times ۱۰^۴ \text{ mg} \Rightarrow \text{دقت} = ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۳} \text{ g} = ۰/۰۱ \text{ g}$$

بنابراین دقت اندازه‌گیری (۴) از سایر گزینه‌ها بیشتر است.

جرم هر دو ماده را با m نشان می‌دهیم.

$$m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\rho_1}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{1}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

ρ بزرگ‌تره یا $\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ ؟ تفاضلشون رو حساب کنید:

$$\rho - \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} - \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{4\rho_1\rho_2 - (\rho_1 + \rho_2)^2}{2(\rho_1 + \rho_2)} = \frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2) + 4\rho_1\rho_2}{2(\rho_1 + \rho_2)}$$

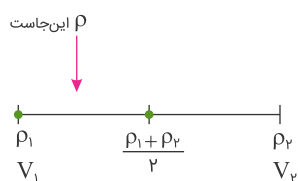
$$\rho - \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{-(\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2)}{2(\rho_1 + \rho_2)} = \frac{-(\rho_1 - \rho_2)^2}{2(\rho_1 + \rho_2)}$$

$$\Rightarrow \rho - \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} < 0 \Rightarrow \rho < \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

توجه: اگر حجم دو ماده مساوی باشند، چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی ماده‌ها است:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

اگر حجم دو ماده مساوی نباشد، چگالی مخلوط به چگالی ماده‌ای نزدیک‌تر است که حجم بیشتری دارد. در این تست $V_1 > V_2$ است.



$$V = \frac{m}{\rho} \xrightarrow[\rho_1 < \rho_2]{(m_1 = m_2)} V_1 > V_2$$

پس چگالی مخلوط به ρ_1 نزدیک‌تر است.

$$r_A = 3r_B \Rightarrow A_A = 9A_B$$

$$\xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho_A = \frac{900}{A_A L}, \quad \rho_B = \frac{700}{A_B L}$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\rho_A \text{ و } \rho_B \text{ را بر یکدیگر}} \frac{\rho_B}{9/7} = \frac{700}{900} \times \frac{9A_B}{A_B} \Rightarrow \rho_B = 1/7 \text{ g/cm}^3 = 1400 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{جرم آب خالص} = \rho v = m \Rightarrow \rho_{\text{آب}} \times 400 = 1 \times 400 \text{ g}$$

$$V = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^3$$

$$480 - 400 = 80 \text{ g جرم وزنه}$$

$$\text{جرم وزنه } V = \underbrace{(22 \times 20)}_{\text{وزنه + حجم آب}} - \underbrace{(20 \times 20)}_{\text{حجم آب}} = 40 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} = \frac{80}{40} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

حجم مایع ۲۰٪ کاهش و به ۸۰٪ مقدار اولیه‌اش می‌رسد.

$$V_2 = V_1 - \frac{20}{100} V_1 = \frac{80}{100} V_1$$

جرم ماده در هنگام تغییر حالت، تغییر نمی‌کند.

$$m_2 = m_1$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{\frac{80}{100} V_1} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Rightarrow \rho_2 = \frac{5}{4} \rho_1$$

$$\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1 = \frac{5}{4} \rho_1 - \rho_1 = \frac{1}{4} \rho_1 = \frac{25}{100} \rho_1 \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = 25\%$$

با تشکیل یک معادله ساده می توان به پاسخ رسید.

$$9 \times 10^4 \text{ m}^3 = 9 \times 10^5 x \Rightarrow x = \frac{10^4 \text{ m}^3}{10^5} = 10^{-1} \text{ m}^3$$

می دانیم هر یک مترمکعب برابر 10^3 لیتر است بنابراین می توان نوشت:

$$x = 10^{-1} \text{ m}^3 = 10^{-1} \times 10^3 \text{ L} = 10^2 \text{ L}$$

از طرفی می دانیم که 10^2 معادل هکتو است.

$$x = hL$$

تفکر نقادانه و اندیشه ورزی فعال فیزیکدانان بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش داشته است. دانشمندان اغلب از قانون، مدل و نظریه استفاده می کنند. مدل ها، نظریه ها و فرضیه ها در طول زمان معتبر نیستند و می توانند دستخوش تغییر شوند.

در حالتی که ظرف پر از آب است:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{ظرف}} = 100 + 50 = 150 \text{ gr}$$

(هر 1 cm^3 آب، 1 g جرم دارد)

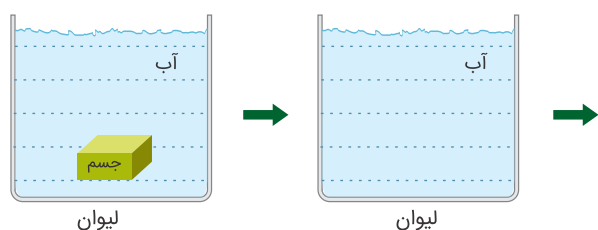
در حالتی که حجم آب را خارج کرده باشیم:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{ظرف}} = 75 \text{ gr} \Rightarrow m_{\text{آب}} + 50 = 75 \text{ gr}$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} = 25 \text{ gr} \Rightarrow V_{\text{باقی مانده}} = 25 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{خارج شده}} = 25 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{\text{خارج شده}} = 75 \text{ cm}^3$$

ابتدا جرم لیوان و جسم برابر ۶۰۰ گرم شده و چون لیوان ۲۰۰ گرم است پس جسم ۴۰۰ گرم می‌شود و در حالت بعد آب اضافه می‌شود و مجموعه به ۸۰۰ گرم می‌رسد پس ۲۰۰ گرم آب داشتیم، در حالت بعدی جسم خارج شده و به جای آن هم آب داریم یعنی حجم جسم را آب پر کرده است.



$$\Rightarrow m_{\text{لیوان}} + m_{\text{ab}} = 600 \text{ (gr)} \Rightarrow m_{\text{آب}} = 400 \text{ (gr)}$$

پس جرم آبی که جایگزین جسم شده است برابر ۲۰۰ گرم خواهد بود:

$$\begin{array}{ccccc} \text{جرم آب اضافه شده} & & & & \text{جرم آب جدید} \\ \uparrow & & & & \uparrow \\ 400 & - & 200 & = & 200 \\ & & \downarrow & & \\ & & \text{جرم آب حالت قبل} & & \end{array}$$

و حجم آن برابر:

$$V = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{200}{1} = 200 \text{ (cm}^3\text{)}$$

که این همان حجم جسم نیز می‌باشد پس حجم کل جسم برابر 200 cm^3 است.

حال با استفاده از چگالی ماده سازنده جسم، حجم ماده جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{ماده}} = \frac{m_{\text{ماده}}}{V_{\text{ماده}}} \Rightarrow \omega = \frac{400}{V_{\text{ماده}}} \Rightarrow V_{\text{ماده}} = 80 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{کل جسم}} - V_{\text{ماده}} = 200 - 80 = 120 \text{ (cm}^3\text{)}$$

راه حل اول: ویژگی‌های آهن و چوب را به ترتیب با زیروندهای i و w نشان می‌دهیم. حجم مکعب مثل هر جامد منشوری دیگری از رابطه $V = Ah$ به دست می‌آید که A سطح مقطع و h ارتفاع است. چون سطح مقطع دو قطعه یکسان و طول قطعه چوبی ۴ برابر طول قطعه آهن است، حجم چوب ۴ برابر حجم آهن است:

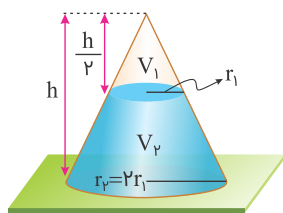
$$V_w = 4V_i$$

$$\rho = \frac{m_w + m_i}{V_w + V_i} = \frac{\rho_w V_w + \rho_i V_i}{4V_i + V_i} = \frac{0.8 \times 4V_i + 7V_i}{5V_i}$$

$$= \frac{3/2 + 7}{5} = \frac{10/2}{5} = 2/0.4 \text{ g/cm}^3$$

راه حل دوم: می‌توانید سریع‌تر و با محاسبه چگالی میانگین (با ضریب حجمی) به جواب برسید.

در شکل زیر تا نیمی از ارتفاع مخروط از آب پر شده است. اگر حجم مخروط V باشد، داریم:



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{V_1}{V} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \times \frac{h_1}{h} = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8}V = \frac{1}{8} \times 160 = 20 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = V - V_1 = 160 - 20 = 140 \text{ cm}^3$$

زمان (s)	حجم آب ورودی (cm ³)
۱	۵
t	۱۴۰

$$\Rightarrow 5t = 140 \Rightarrow t = 28 \text{ s}$$

شعاع خارجی استوانه‌ها را R و شعاع داخلی حفره استوانه B را r فرض کرده و حجم ماده سازنده استوانه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} V_A = \pi R^2 h \\ V_B = \pi R^2 h - \pi r^2 h = \pi(R^2 - r^2)h \end{cases}$$

با استفاده از تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow[\rho_B = \frac{1}{\lambda} \rho_A]{m_A = m_B} \frac{1}{\lambda} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{\pi R^2 h}{\pi(R^2 - r^2)h} = \frac{1}{\lambda} \\ &\Rightarrow \frac{R^2}{R^2 - r^2} = \frac{1}{\lambda} \\ \lambda R^2 &= 1R^2 - 1r^2 \Rightarrow R^2 = 1r^2 \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{\lambda}} \end{aligned}$$